Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное автономное образовательное   
учреждение высшего образования

Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского

Институт информационных технологий, математики и механики

**Отчет по лабораторной работе**

**«Вычисление математических функций через ряды Макклорена»**

**Выполнил**:

студент/ка группы 3821Б1ПМ2

Кузьмин А.Е.

**Проверил**:

преподаватель каф. МОСТ,

Волокитин В.Д.

Нижний Новгород

2022

**Содержание**

Постановка задачи 3

Метод решения 4

Руководство пользователя 6

Описание программной реализации 8

Подтверждение корректности 11

Результаты экспериментов 12

Заключение 17

**Постановка задачи**

Задачами лабораторной работы являются подсчёт математических функций sin(x), cos(x), ln(1+x), expx с помощью рядов Макклорена. Наблюдение разницы в результатах одной и той же функции из-за разных способов суммирования: прямое, обратное, попарное. Проверка их точности с помощью встроенных алгоритмов C. Расчёт абсолютной и относительной ошибок.

**Метод решения**

**Сортировка выбором**

Суть всех алгоритмов заключается в вычислении приблизительного значения функции при помощи разложения её в ряд Маклорена.

Функцию , имеющую (n+1) производных в точке x = 0, можно представить по формуле Маклорена:

Ряд Маклорена для функций sin(x), cos(x), exp^(x), ln(1+x):

Точность вычисления этих функций повышается с увеличением количества элементов в ряде Маклорена, однако в знаменателе элементов присутствует факториал, которой быстро возрастает и поэтому может принимать значения больше чем может хранить float даже при небольших х, из-за этого при вычислении значения элементов по формуле может возникнуть большая погрешность.

Для того чтобы появилась возможность вычислить как можно больше элементов с сохранением наибольшей точности прибегнем к следующему методу, который рассмотрим на примере функции exp^(x).

Первый элемент равняется 1, а каждый последующий можно получить из предыдущего для этого достаточно поделить предыдущий элемент на порядковый номер текущего и умножить на значение х. За счёт такого способа вычисления элементов удаётся избежать переполнения факториалом переменной типа float. Однако точность вычислений этим способом зависит также и от порядка суммирования, например, при суммировании по порядку по рядку точность будет меньше чем при суммировании с конца.

**Руководство пользователя**

При запуске программы будет выводиться сообщение "Choose the function". После выбора функции будет выведено сообщение "Select the summation method, где 1 – попарное суммирование, 2 –прямое суммирование, 3 – обратное суммирование.

При выборе способа суммирования от 1 до 3 программа запросит число х и выведет значение функции от этого числа вычисленное при помощи разложения в ряд Маклорена и значение библиотечной функции. Далее выведет абсолютную и относительную погрешность.

**Описание программной реализации**

float Cos\_next - считает следующий член ряда Макклорена, для косинуса.

float Sin\_next - считает следующий член ряда Макклорена, для синуса.

float Next\_ - считает следующий член ряда Макклорена, для Exp и Ln.

float SumInPairs - функция попарного суммирования

float SumFromThe End - функция обратного суммирования

float SumInOrder- функция прямого суммирования

**Подтверждение корректности**

Для подтверждения корректности используется встроенная функция, аналогичной выбранной вами. С её помощью считаются абсолютная и относительная ошибки.

**Результаты экспериментов**

Для каждой функции построена таблица, в которой каждому значению числа х соответствует ошибка вычислений для каждого типа суммирования.

Абсолютная ошибка для sin(x):

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Х | Прямое суммирование | Обратное суммирование | Попарное суммирование |
| -3.00000000 | 0.00000009 | 0.00000004 | 0.00000004 |
| -2.70000005 | 0.00000024 | 0.00000024 | 0.00000000 |
| -2.40000010 | 0.00000006 | 0.00000006 | 0.00000006 |
| -2.10000014 | 0.00000006 | 0.00000006 | 0.00000006 |
| -1.80000019 | 0.00000006 | 0.00000006 | 0.00000000 |
| -1.50000024 | 0.00000006 | 0.00000000 | 0.00000006 |
| -1.20000029 | 0.00000000 | 0.00000000 | 0.00000000 |
| -0.90000027 | 0.00000006 | 0.00000000 | 0.00000000 |
| -0.60000026 | 0.00000000 | 0.00000000 | 0.00000000 |
| -0.30000025 | 0.00000000 | 0.00000000 | 0.00000000 |
| -0.00000024 | 0.00000000 | 0.00000000 | 0.00000000 |
| 0.29999977 | 0.00000000 | 0.00000000 | 0.00000000 |
| 0.59999979 | 0.00000000 | 0.00000000 | 0.00000000 |
| 0.89999980 | 0.00000000 | 0.00000000 | 0.00000000 |
| 1.19999981 | 0.00000000 | 0.00000000 | 0.00000000 |
| 1.49999976 | 0.00000006 | 0.00000000 | 0.00000000 |
| 1.79999971 | 0.00000000 | 0.00000006 | 0.00000012 |
| 2.09999967 | 0.00000012 | 0.00000018 | 0.00000018 |
| 2.39999962 | 0.00000000 | 0.00000000 | 0.00000012 |
| 2.69999957 | 0.00000003 | 0.00000006 | 0.00000006 |
| 2.99999952 | 0.00000007 | 0.00000004 | 0.00000004 |
| Сумма | 0.00000091 | 0.00000080 | 0.00000075 |

Относительная ошибка для sin(x):

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Х | Прямое суммирование | Обратное суммирование | Попарное суммирование |
| -3.00000000 | 0.00000003 | 0.00000001 | 0.00000001 |
| -2.70000005 | 0.00000009 | 0.00000009 | 0.00000000 |
| -2.40000010 | 0.00000002 | 0.00000002 | 0.00000002 |
| -2.10000014 | 0.00000003 | 0.00000003 | 0.00000003 |
| -1.80000019 | 0.00000003 | 0.00000003 | 0.00000000 |
| -1.50000024 | 0.00000004 | 0.00000000 | 0.00000004 |
| -1.20000029 | 0.00000000 | 0.00000000 | 0.00000000 |
| -0.90000027 | 0.00000007 | 0.00000000 | 0.00000000 |
| -0.60000026 | 0.00000000 | 0.00000000 | 0.00000000 |
| -0.30000025 | 0.00000000 | 0.00000000 | 0.00000000 |
| -0.00000024 | 0.00000000 | 0.00000000 | 0.00000000 |
| 0.29999977 | 0.00000000 | 0.00000000 | 0.00000000 |
| 0.59999979 | 0.00000000 | 0.00000000 | 0.00000000 |
| 0.89999980 | 0.00000000 | 0.00000000 | 0.00000000 |
| 1.19999981 | 0.00000000 | 0.00000000 | 0.00000000 |
| 1.49999976 | 0.00000004 | 0.00000000 | 0.00000000 |
| 1.79999971 | 0.00000000 | 0.00000003 | 0.00000007 |
| 2.09999967 | 0.00000006 | 0.00000009 | 0.00000009 |
| 2.39999962 | 0.00000000 | 0.00000000 | 0.00000005 |
| 2.69999957 | 0.00000001 | 0.00000002 | 0.00000002 |
| 2.99999952 | 0.00000002 | 0.00000001 | 0.00000001 |
| Сумма | 0.00000044 | 0.00000034 | 0.00000035 |

Абсолютная ошибка для cos(x):

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Х | Прямое суммирование | Обратное суммирование | Попарное суммирование |
| -4.00000000 | 0.00000024 | 0.00000000 | 0.00000012 |
| -3.59999990 | 0.00000012 | 0.00000036 | 0.00000012 |
| -3.19999981 | 0.00000000 | 0.00000006 | 0.00000018 |
| -2.79999971 | 0.00000000 | 0.00000012 | 0.00000000 |
| -2.39999962 | 0.00000012 | 0.00000018 | 0.00000018 |
| -1.99999964 | 0.00000003 | 0.00000000 | 0.00000012 |
| -1.59999967 | 0.00000004 | 0.00000005 | 0.00000005 |
| -1.19999969 | 0.00000003 | 0.00000006 | 0.00000006 |
| -0.79999971 | 0.00000006 | 0.00000000 | 0.00000000 |
| -0.39999971 | 0.00000006 | 0.00000000 | 0.00000000 |
| 0.00000030 | 0.00000000 | 0.00000000 | 0.00000000 |
| 0.40000030 | 0.00000006 | 0.00000000 | 0.00000000 |
| 0.80000031 | 0.00000006 | 0.00000000 | 0.00000000 |
| 1.20000029 | 0.00000003 | 0.00000000 | 0.00000006 |
| 1.60000026 | 0.00000003 | 0.00000005 | 0.00000007 |
| 2.00000024 | 0.00000000 | 0.00000006 | 0.00000006 |
| 2.40000033 | 0.00000006 | 0.00000006 | 0.00000006 |
| 2.80000043 | 0.00000006 | 0.00000000 | 0.00000012 |
| 3.20000052 | 0.00000006 | 0.00000006 | 0.00000018 |
| 3.60000062 | 0.00000006 | 0.00000006 | 0.00000006 |
| Sum: | 0.00000111 | 0.00000112 | 0.00000143 |

Относительная ошибка для cos(x):

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| X | Прямое суммирование | Обратное суммирование | Попарное суммирование |
| -4.00000000 | 0.00000006 | 0.00000000 | 0.00000003 |
| -3.59999990 | 0.00000003 | 0.00000010 | 0.00000003 |
| -3.19999981 | 0.00000000 | 0.00000002 | 0.00000006 |
| -2.79999971 | 0.00000000 | 0.00000004 | 0.00000000 |
| -2.39999962 | 0.00000005 | 0.00000007 | 0.00000007 |
| -1.99999964 | 0.00000001 | 0.00000000 | 0.00000006 |
| -1.59999967 | 0.00000002 | 0.00000003 | 0.00000003 |
| -1.19999969 | 0.00000002 | 0.00000005 | 0.00000005 |
| -0.79999971 | 0.00000007 | 0.00000000 | 0.00000000 |
| -0.39999971 | 0.00000015 | 0.00000000 | 0.00000000 |
| 0.00000030 | 0.00000000 | 0.00000000 | 0.00000000 |
| 0.40000030 | 0.00000015 | 0.00000000 | 0.00000000 |
| 0.80000031 | 0.00000007 | 0.00000000 | 0.00000000 |
| 1.20000029 | 0.00000002 | 0.00000000 | 0.00000005 |
| 1.60000026 | 0.00000002 | 0.00000003 | 0.00000004 |
| 2.00000024 | 0.00000000 | 0.00000003 | 0.00000003 |
| 2.40000033 | 0.00000002 | 0.00000002 | 0.00000002 |
| 2.80000043 | 0.00000002 | 0.00000000 | 0.00000004 |
| 3.20000052 | 0.00000002 | 0.00000002 | 0.00000006 |
| 3.60000062 | 0.00000002 | 0.00000002 | 0.00000002 |
| Sum: | 0.00000077 | 0.00000044 | 0.00000060 |

Абсолютная ошибка для :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| X | Прямое суммирование | Обратное суммирование | Попарное суммирование |
| -3.00000000 | 0.00000006 | 0.00000002 | 0.00000008 |
| -2.70000005 | 0.00000002 | 0.00000004 | 0.00000004 |
| -2.40000010 | 0.00000003 | 0.00000003 | 0.00000009 |
| -2.10000014 | 0.00000004 | 0.00000002 | 0.00000002 |
| -1.80000019 | 0.00000006 | 0.00000003 | 0.00000003 |
| -1.50000024 | 0.00000001 | 0.00000000 | 0.00000000 |
| -1.20000029 | 0.00000006 | 0.00000000 | 0.00000006 |
| -0.90000027 | 0.00000003 | 0.00000000 | 0.00000006 |
| -0.60000026 | 0.00000000 | 0.00000000 | 0.00000000 |
| -0.30000025 | 0.00000006 | 0.00000000 | 0.00000000 |
| -0.00000024 | 0.00000000 | 0.00000000 | 0.00000000 |
| 0.29999977 | 0.00000012 | 0.00000000 | 0.00000000 |
| 0.59999979 | 0.00000000 | 0.00000000 | 0.00000000 |
| 0.89999980 | 0.00000000 | 0.00000000 | 0.00000000 |
| 1.19999981 | 0.00000024 | 0.00000000 | 0.00000024 |
| 1.49999976 | 0.00000000 | 0.00000000 | 0.00000000 |
| 1.79999971 | 0.00000048 | 0.00000000 | 0.00000048 |
| 2.09999967 | 0.00000095 | 0.00000095 | 0.00000095 |
| 2.39999962 | 0.00000191 | 0.00000000 | 0.00000095 |
| 2.69999957 | 0.00000095 | 0.00000000 | 0.00000000 |
| 2.99999952 | 0.00000000 | 0.00000000 | 0.00000191 |
| Sum: | 0.00000502 | 0.00000110 | 0.00000491 |

Относительная ошибка для :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| X | Прямое суммирование | Обратное суммирование | Попарное суммирование |
| -3.00000000 | 0.00000002 | 0.00000001 | 0.00000003 |
| -2.70000005 | 0.00000001 | 0.00000001 | 0.00000001 |
| -2.40000010 | 0.00000001 | 0.00000001 | 0.00000004 |
| -2.10000014 | 0.00000002 | 0.00000001 | 0.00000001 |
| -1.80000019 | 0.00000003 | 0.00000002 | 0.00000002 |
| -1.50000024 | 0.00000001 | 0.00000000 | 0.00000000 |
| -1.20000029 | 0.00000005 | 0.00000000 | 0.00000005 |
| -0.90000027 | 0.00000003 | 0.00000000 | 0.00000007 |
| -0.60000026 | 0.00000000 | 0.00000000 | 0.00000000 |
| -0.30000025 | 0.00000020 | 0.00000000 | 0.00000000 |
| -0.00000024 | 0.00000000 | 0.00000000 | 0.00000000 |
| 0.29999977 | 0.00000040 | 0.00000000 | 0.00000000 |
| 0.59999979 | 0.00000000 | 0.00000000 | 0.00000000 |
| 0.89999980 | 0.00000000 | 0.00000000 | 0.00000000 |
| 1.19999981 | 0.00000020 | 0.00000000 | 0.00000020 |
| 1.49999976 | 0.00000000 | 0.00000000 | 0.00000000 |
| 1.79999971 | 0.00000026 | 0.00000000 | 0.00000026 |
| 2.09999967 | 0.00000045 | 0.00000045 | 0.00000045 |
| 2.39999962 | 0.00000079 | 0.00000000 | 0.00000040 |
| 2.69999957 | 0.00000035 | 0.00000000 | 0.00000000 |
| 2.99999952 | 0.00000000 | 0.00000000 | 0.00000064 |
| Sum: | 0.00000284 | 0.00000051 | 0.00000217 |

Абсолютная ошибка для ln(1+num):

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| X | Прямое суммирование | Обратное суммирование | Попарное суммирование |
| -0.89999998 | 0.00000167 | 0.00000024 | 0.00000000 |
| -0.76999998 | 0.00000036 | 0.00000000 | 0.00000036 |
| -0.63999999 | 0.00000000 | 0.00000012 | 0.00000000 |
| -0.50999999 | 0.00000000 | 0.00000006 | 0.00000000 |
| -0.38000000 | 0.00000000 | 0.00000000 | 0.00000000 |
| -0.25000000 | 0.00000000 | 0.00000003 | 0.00000000 |
| -0.12000000 | 0.00000001 | 0.00000000 | 0.00000000 |
| 0.00999999 | 0.00000000 | 0.00000000 | 0.00000000 |
| 0.13999999 | 0.00000000 | 0.00000000 | 0.00000000 |
| 0.26999998 | 0.00000001 | 0.00000000 | 0.00000000 |
| 0.39999998 | 0.00000000 | 0.00000000 | 0.00000000 |
| 0.52999997 | 0.00000003 | 0.00000000 | 0.00000006 |
| 0.65999997 | 0.00000012 | 0.00000000 | 0.00000006 |
| 0.78999996 | 0.00000024 | 0.00000000 | 0.00000006 |
| Sum: | 0.00000244 | 0.00000045 | 0.00000054 |

Относительная ошибка для ln(1+num):

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| X | Прямое суммирование | Обратное суммирование | Попарное суммирование |
| -0.89999998 | 0.00000185 | 0.00000026 | 0.00000000 |
| -0.76999998 | 0.00000046 | 0.00000000 | 0.00000046 |
| -0.63999999 | 0.00000000 | 0.00000019 | 0.00000000 |
| -0.50999999 | 0.00000000 | 0.00000012 | 0.00000000 |
| -0.38000000 | 0.00000000 | 0.00000000 | 0.00000000 |
| -0.25000000 | 0.00000000 | 0.00000012 | 0.00000000 |
| -0.12000000 | 0.00000012 | 0.00000000 | 0.00000000 |
| 0.00999999 | 0.00000000 | 0.00000000 | 0.00000000 |
| 0.13999999 | 0.00000000 | 0.00000000 | 0.00000000 |
| 0.26999998 | 0.00000006 | 0.00000000 | 0.00000000 |
| 0.39999998 | 0.00000000 | 0.00000000 | 0.00000000 |
| 0.52999997 | 0.00000006 | 0.00000000 | 0.00000011 |
| 0.65999997 | 0.00000018 | 0.00000000 | 0.00000009 |
| 0.78999996 | 0.00000030 | 0.00000000 | 0.00000008 |
| Sum: | 0.00000304 | 0.00000069 | 0.00000074 |

По данным предоставленным в таблицах можно сделать следующий вывод: наибольшей точностью обладает обратное суммирование, после него идет попарное суммирование, а самой худшей точностью обладает прямое суммирование.

**Заключение**

В ходе лабораторной работы были реализованы подсортировка на языке программирования Си и проведена проверка корректности. Были описаны алгоритмы работы данных сортировок и проведенные эксперименты для подтверждения их теоретический сложности.